Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2024

RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL - 15/03/2024

Apellido y Nombre: ....

Número de Documento: .... Especialidad:...

TEMA 4

1	2		3	4		5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.

EJERCICIO 1: Dado $p(x) = x^3 - 4x + 5$, obtener los valores de las constantes a y b, sabiendo que:

$$p(x+1) - p(x) = (a+2b)x^3 + (a+b)x^2 + 3x - 3$$

EJERCICIO 2: Sea L la recta que pasa por los puntos $(-1;0)$ y $(1;2)$.

a) Hallar los puntos de intersección de L con la parábola de ecuación: $y = -(x+1)^2 + 2$.

b) Representar ambas curvas en un mismo sistema de ejes coordenados y los puntos de sus gráficas donde se intersecan.

EJERCICIO 3: El área total de un cilindro circular (área lateral más "tapas") es $54\pi\, cm^2$, mientras que su volumen es $54\pi\, cm^3$. Hallar (en centímetros) la altura del cilindro.

Nota: El radio de la base y la altura del cilindro son números naturales.

EJERCICIO 4:

(a) Una empresa de herramientas que comercializa destornilladores en tres versiones: premium, estándar y básica juntas, vendió en total 105 unidades por un total de 142800 pesos.

La versión premium cuesta por unidad 1500 pesos, la estándar por unidad 1200 pesos. y la básica por unidad 900 pesos. La cantidad total de unidades vendidas de las versiones estándar y básica ha sido la mitad de la versión premium. ¿Cuántos destornilladores de la versión premium se vendieron?

(b) Determinar los números reales que satisfacen la siguiente desigualdad:

$$\frac{6}{x-1} < x - 2$$

EJERCICIO 5: La parábola de ecuación $y = x^2+bx+c$ corta al eje de abscisas en $x = -4$ y al eje de ordenadas en $y = 4$. Calcular el otro punto de intersección con el eje de abscisas.

Seminario Universitario	2° Rec 1° parcial T.T.	HOJA N° 1 FECHA 15-3-24

① Dado $p(x) = x^3 - 4x + 5$ obtener los valores de las constantes a y b sabiendo que:

$$p(x+1) - p(x) = (a+2b)x^3 + (a+b)x^2 + 3x - 3$$

$$p(x+1) = (x+1)^3 - 4(x+1) + 5 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 4x - 4 + 5 =$$
$$= \boxed{x^3 + 3x^2 - x + 2 = p(x+1)}$$

$$p(x+1) - p(x) = x^3 + 3x^2 - x + 2 - (x^3 - 4x + 5) =$$
$$= \cancel{x^3} + 3x^2 - x + 2 - \cancel{x^3} + 4x - 5 = 3x^2 + 3x - 3$$

enunciado

$$p(x+1) - p(x) = 3x^2 + 3x - 3 \overset{\downarrow}{=} \underbrace{(a+2b)}_{0}x^3 + \underbrace{(a+b)}_{3}x^2 + \underbrace{3}_{3}x - 3$$

$$\begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow a = -2b \rightarrow -2b + b = 3 \rightarrow \boxed{b = -3} \rightarrow \boxed{a = 6}$$

② Sea $\mathbb{L}$ la recta que pasa por los puntos $(-1,0)$ y $(1,2)$

a) Hallar los puntos de intersección de $\mathbb{L}$ con la parábola de ecuación $y = -(x+1)^2 + 2$

$$\mathbb{L}: y = ax + b \longrightarrow (-1,0) \Rightarrow 0 = a(-1) + b \rightarrow \underbrace{-a + b = 0}_{a = b}$$

$$(1,2) \Rightarrow 2 = a \times 1 + b \rightarrow 2 = a + b \Rightarrow 2 = 2a$$

$$\boxed{b = a = 1}$$

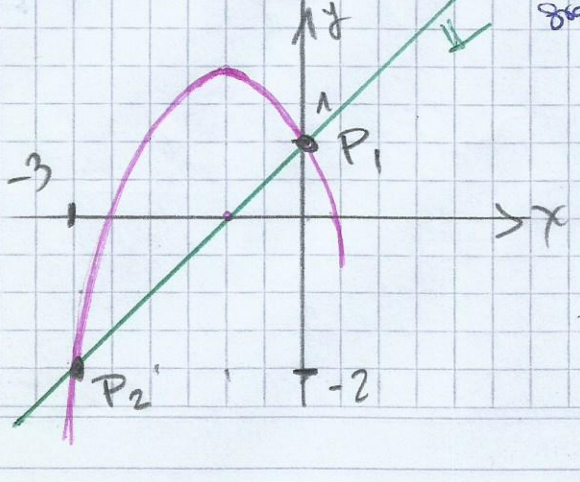
$$\boxed{\mathbb{L}: y = x + 1}$$

$\mathbb{L} \cap$ parábola → $y = -(x+1)^2 + 2$

$$x + 1 = -(x+1)^2 + 2$$
$$x + 1 - 2 = -(x^2 + 2x + 1)$$
$$x - \cancel{1} = -x^2 - 2x - \cancel{1}$$
$$x^2 + 3x = 0 = \underset{0}{x}\underset{0}{(3+x)}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 0 \rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -3 \rightarrow y_2 = -2 \end{array}\right\} \begin{array}{|l|} \hline P_1 = (0,1) \\ \hline P_2 = (-3,-2) \\ \hline \end{array}$$

b) Representar ambas curvas en un mismo sistema de ejes coordenados y los puntos en donde se intersecan las gráficas

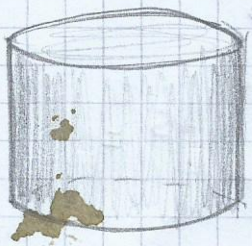


NOTA

③ El área total de un cilindro circular (área lateral más "topes") es $54\pi\ cm^2$, mientras que el volumen es $54\pi\ cm^3$.

Hallar (en centímetros) la altura del cilindro.

Nota: r y h son números naturales



$$Vol = \pi \cdot r^2 \cdot h \qquad D = 2r$$

$$A = \underbrace{\pi r^2\, 2}_{\text{"topes"}} + \underbrace{\pi \cdot D \cdot h}_{\text{lateral}} = \underbrace{\pi r^2\, 2 + \pi\, 2 r h}_{\pi\, 2r\,(r+h)}$$

x enunciado

$$54\cancel{\pi}\, cm^3 = \cancel{\pi} \cdot r^2 \cdot h$$

$$54\cancel{\pi}\, cm^2 = \cancel{\pi}\, 2r\,(r+h)$$

$$r^2 h = 54\, cm^3 \qquad 27\, cm^2 = r\,(r+h)$$

$$\boxed{h = \frac{54 cm^3}{r^2}} \longrightarrow 27 cm^2 = r\left(r + \frac{54 cm^3}{r^2}\right)$$

$$27 cm^2 = r^2 + \frac{54 cm^3}{r} = \frac{r^3 + 54 cm^3}{r}$$

$$27\, cm^2\, r = r^3 + 54\, cm^3$$

$$0 = r^3 - 27r + 54 \;\to\; \cancel{r_1 = -6} \;\to\; r_1 = 3$$

$$\boxed{r = 3cm} \qquad \boxed{h = 6cm}$$

NOTA

Seminario Universitario	2° rec. - 1° parcial T. P.	HOJA N° 2 FECHA 15-03-24

④ a) Una empresa de herramientas que comercializa destornilladores en tres versiones:
Premium, Estandar y Básica juntas, vendió un total de 105 unidades por un total de 142.800 pesos.

La versión premium cuesta, por unidad, 1500 pesos, la estandar por unidad 1200 y la básica a 900 pesos.

La cantidad total de unidades vendidas de las versiones estandar y básica ha sido la mitad de la versión premium.

¿Cuántos destornilladores de la versión Premium se vendieron?

P : cantidad de destornilladores Premium
E : " " " Estandar
B : " " " Básica

$$P+E+B=105$$

$$(E+B)=\frac{1}{2}P \rightarrow \frac{1}{2}P-E-B=0$$

$$P1500+E1200+900B=142.800$$

Entonces:

$$\begin{cases} P+E+B=105 \\ \frac{1}{2}P-E-B=0 \\ 1500P+1200E+900B=142800 \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 105 \\ \frac{1}{2}P & -1 & -1 & 0 \\ 1500 & 1200 & 900 & 142800 \end{array}\right)$$

$$P=70$$
$$E=21$$
$$B=14$$

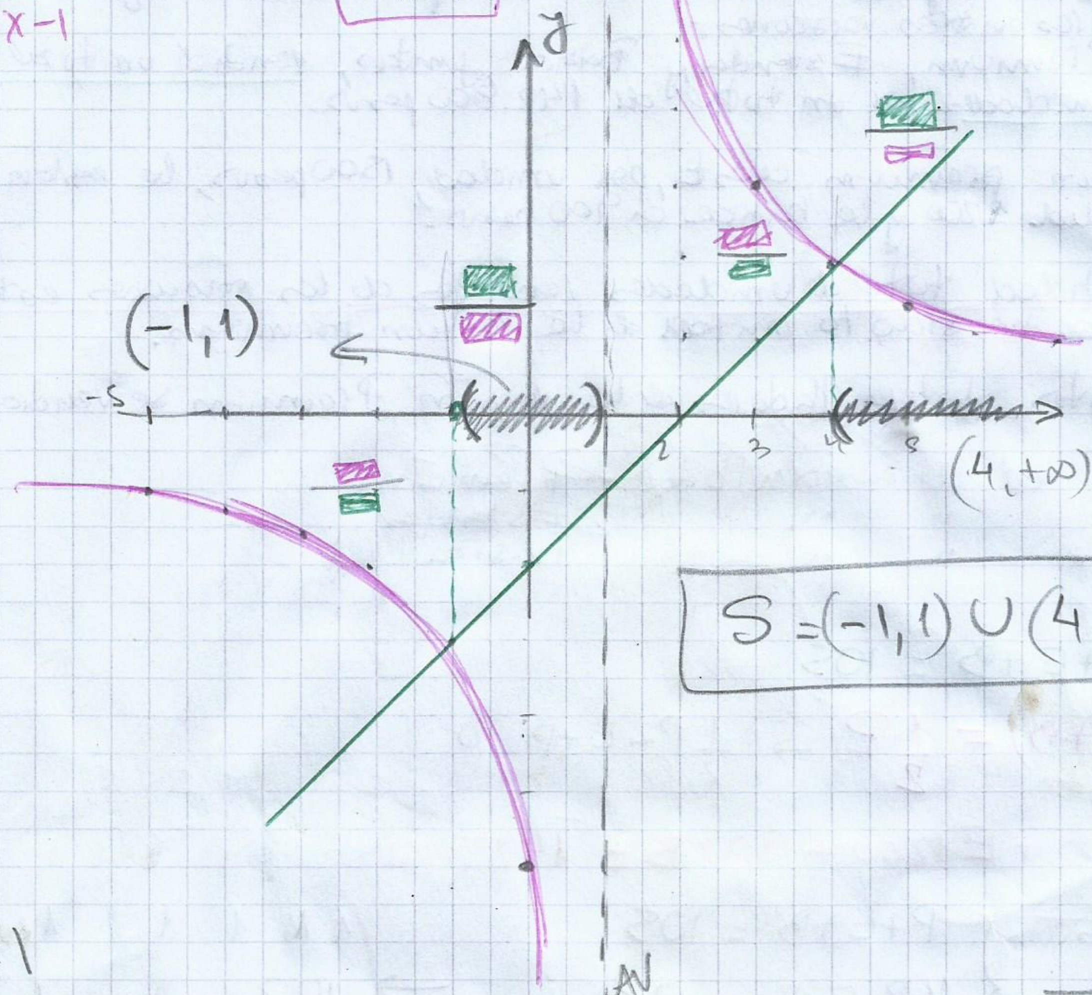
$\rightarrow$ Se vendieron 70 destornilladores Premium

NOTA

b) Determinar los números reales que satisfacen la siguiente desigualdad

$$\boxed{\frac{6}{x-1}} < \boxed{x-2} \longrightarrow y = x-2$$

$$y = \frac{6}{x-1}$$



$$\boxed{S = (-1,1) \cup (4,+\infty)}$$

$x \neq 1$

AV

$\underbrace{x-1<0}$	$\underbrace{x-1>0}$
$\boxed{x<1}$	$\boxed{x>1}$
$6 > (x-2)(x-1)$	$6 < (x-2)(x-1)$
$6 > x^2-3x+2$	$6 < x^2-3x+2$
$0 > x^2-3x-4$	$0 < x^2-3x-4$
coef ppal +	

$x<1$

-1 4

$x^2-3x-4=0 \to x_1 = 4$

$\to x_2 = -1$

$(-1,1) = S_1$

$x_1 = -1$

$x_2 = 4$

coef ppal +

$x>1$

-1 1 4

$(4,+\infty)$

$$\boxed{S = (-1,1) \cup (4,+\infty)}$$

NOTA

Seminario Universitario	2º rec. 1º parcial T.T.	HOJA Nº
		FECHA 15-3-24

⑤ La parábola de ecuación $y = x^2 + bx + c$ corta al eje de los abscisas en $x = -4$ y al eje de ordenadas en $y = 4$.

Calcular el otro punto de intersección con el eje de los abscisas

$y = x^2 + bx + c$ corta al eje $\overset{\text{abscisas}}{X}$ en $x = -4 \rightarrow y = 0$

$0 = (-4)^2 + b(-4) + c \rightarrow 0 = 16 - 4b + c \rightarrow \boxed{4b - c = 16}$

corta al eje $\overset{\text{ordenada}}{Y}$ en $y = 4 \rightarrow x = 0$

$4 = 0^2 + b\,0 + c \rightarrow \boxed{c = 4} \rightarrow 4b = 20 \rightarrow \boxed{b = 5}$

$$\boxed{y = x^2 + 5x + 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

enunciado $x_1 = -4$

$\boxed{x_2 = -1}$

$$\boxed{x = -1}$$

NOTA